引文格式:祝会忠,孙沐凡,李军.灾害环境下低成本终端BDS高精度应急定位方法[J].武汉大学学报(信息科学版),2025,50(6):1054-1064.DOI:10.13203/j.whugis20240312

Citation:ZHU Huizhong, SUN Mufan, LI Jun.High-Precision Emergency Positioning Method for Low-Cost Terminal BDS in Disaster Environments[J].Geomatics and Information Science of Wuhan University,2025,50(6):1054-1064.DOI:10.13203/j.whugis20240312

灾害环境下低成本终端BDS高精度应急定位方法

祝会忠[1] 孙沐凡[1] 李 军[1]

1 辽宁工程技术大学测绘与地理科学学院,辽宁 阜新,123000

摘 要:为了满足灾害环境中低成本终端高精度应急定位的需求,对灾害环境下的格网化增强定位信息的生成和低成本终端高精度增强定位方法进行研究。针对灾害环境应急定位的特点,采用长距离、大范围的参考站生成北斗卫星导航系统(BeiDou satellite navigation system, BDS)增强定位信息。鉴于参考站网被破坏无法生成误差改正数,利用较远的参考站计算误差改正数,用户端大气延迟误差可以得到较好的消除。在生成非差误差改正数的基础上,为兼顾用户端效率并降低服务端的计算压力,结合虚拟参考站及长距离BDS参考站与卫星间的几何距离信息,生成格网点的BDS增强定位观测值,通过数据单项通信方式播发格网点的增强定位信息,减少了用户数据传输压力,可以根据需求在应急定位区域生成更加密集的格网点。利用抗差自适应滤波模型提升灾害环境下应急定位的性能,提出了符合灾害应急环境的低成本终端特性的四分位法抗差自适应卡尔曼滤波方法,无须对新息向量进行标准化,通过采用四分位法动态确定阈值的方法建立抗差模型并求取方差膨胀因子,根据抗差权函数合理地调整观测值的权重,可以有效剔除粗差并改善定位精度。使用实测观测数据进行灾害应急环境下BDS增强定位算法验证和实验分析,结果表明,所提方法能够实现灾害环境下实时动态厘米级的高精度定位。

关键词:灾害环境;格网化;增强定位;抗差估计;BDS

中图分类号:P228 **文献标识码**:A **收稿日期**:2025-04-23

DOI:10.13203/j.whugis20240312 **文章编号**:1671-8860(2025)06-1054-11

High-Precision Emergency Positioning Method for Low-Cost Terminal BDS in Disaster Environments

ZHU Huizhong[1] *SUN Mufan*[1] *LI Jun*[1]

1 School of Geomatics, Liaoning Technical University, Fuxin 123000, China

Abstract: **Objectives**: In order to meet the needs of high-precision emergency positioning of low-cost terminals in disaster environments, we study the generation of grid-based enhanced positioning information and high-precision enhanced positioning methods of low-cost terminals in disaster environments. **Methods**: According to the characteristics of emergency positioning in disaster environment, a long-distance and large-scale reference station is used to generate BeiDou satellite navigation system (BDS) enhanced positioning information. At the same time, in view of the fact that the reference station network is destroyed and the error correction number cannot be generated, the atmospheric delay error of the client can be well eliminated by using the farther reference station to calculate the error correction number. Taking into account the calculation pressure of the client and reducing the server, on the basis of generating the undifferenced error correction, the geometric distance between the virtual reference station and the long-distance BDS reference station and the satellite is fused to generate the BDS enhanced positioning observation value of the grid point. The enhanced positioning information of the grid point is broadcast by the data single com-

基金项目:国家自然科学基金(42030109,42074012);辽宁省"兴辽英才计划"(XLYC2203162)。

第一作者:祝会忠,博士,教授,主要从事BDS高精度定位算法及应用研究。zhuhuizhong@whu.edu.cn

munication method, which reduces the pressure of user data transmission, and can generate more dense grid points in the emergency positioning area according to the demand. The robust adaptive filtering model is used to improve the performance of emergency positioning in disaster environment. A quartile robust adaptive Kalman filtering method is proposed, which conforms to the low-cost terminal characteristics of disaster emergency environment. This method does not need to standardize the innovation vector. By using the quartile method to dynamically determine the threshold, the robust model is established and the variance expansion factor is obtained. According to the robust weight function, the weight of the observed value is adjusted reasonably, which can effectively eliminate the gross error and improve the positioning accuracy. **Results:** The measured observation data are used to verify and analyze the BDS enhanced positioning algorithm in disaster emergency environment. The results show that in the static mode, the planar accuracy and elevation accuracy of the low-cost terminal can both be controlled within 0.2 m, which is an improvement of 58.9% and 52.4% respectively compared to the conventional enhanced positioning algorithm; in the dynamic mode, the improvements in the east, north, and up directions of the low-cost terminal are 0.09 m, 0.14 m, and 0.26 m respectively. **Conclusions:** The experimental results show that the proposed method can achieve real-time dynamic centimeter-level high-precision positioning in disaster environment.

Key words: disaster environment; grid transformation; augmented positioning; robust estimation; BDS

应急救援定位技术的发展关系到救援人员和受害人员的生命安全。随着社会经济的持续发展和应急救援技术的快速进步,北斗卫星导航系统(BeiDou satellite navigation system, BDS)定位技术在应对地震、洪水、飓风、山体滑坡、火灾、建筑倒塌、交通事故等各类灾害应急环境中的作用日益凸显。用户对位置信息的需求日渐提升,从当初的测量型接收机用户发展为越来越多的低成本智能终端用户群体,低成本接收设备凭借其低成本、便携式、体积小等优势成为了BDS定位技术的主流硬件设备之一。基于此,BDS多频段的融合数据处理在提升定位精度和稳定性的基础上,进一步增强了低成本终端的定位服务性能。

低成本终端的算法改进研究较多,文献[1]分析了关于低成本接收终端的GPS单频伪距单点定位评估,结果表明低成本智能终端能够提供米级精度的定位数据。文献[2]对低成本终端的单频精密单点定位进行了分析,结果表明智能终端能够实现分米级的定位精度。文献[3]通过改进低成本智能终端的精密单点定位模式,使水平方向定位精度稳定在0.81 m左右,高程方向定位精度稳定在1.65 m左右。除单点定位算法,相对定位算法也被重点研究,其中的实时动态测量技术为主要方法[4]。文献[5]采用方差分量估计方式对伪距与载波的随机模型进行重新确定,并研究了其时间相关性,使低成本终端u-blox M8T外接专业接收机天线达到了跟专业接收机相同的定位精度。文献[6]提出了一种速度约束的自适应切换滤波定位算法,并使用智能终端进行实测,结果表明该算法可以有效提升定位精度及模糊度固定率。文献[7]提出了一种相位历元差分约束载体位置的滤波算法,有效平滑了小米8智能手机的伪距噪声,在行人和车载实验中,平面精度分别达到了0.65 m和1.03 m。文献[8]将智能手机与便携式外接贴片天线相连接获取卫星观测值,解决了智能手机接收信号弱的问题,增加了定位数据的固定解,并采用相对定位模式解算,获得了较高的定位精度,模糊度固定率在90%以上。文献[9]介绍了一种基于智能终端的非差误差改正数的相位平滑方法,在智能终端中融合了增强定位数据处理方法,结果表明该方法可实现优于1 m的高精度定位。以上研究主要以低成本不同定位模式下的算法改进为主,而对低成本终端在灾害应急环境下的研究较少。

在应急情况下,BDS用户可能面临信号干扰、定位精度不足、参考站受损导致增强定位信息失效等问题。这些问题会影响应急定位服务的效率和准确性,给灾害救援工作带来一定困难。相较于测量型接收机,低成本终端硬件质量较差,使得采集的数据受观测噪声、多路径效应、粗差等影响质量有一定的差距,利用常规算法难以持续实现高精度定位。增强定位用户高精度定位依赖于参考站网的误差改正数,但也存在长距离参考站被破坏无法生成误差改正数的情况[10]。此时,利用较远的参考站进行误差改正数的用户定位,用户端大气延迟误差不能得到很好的消除,增加了灾害应急环境下低成本终端的定

位难度。

针对灾害环境下应急定位的数据特点,本文提出了符合低成本终端特性的四分位法抗差自适应卡尔曼滤波方法,该方法无须对新息向量进行标准化,通过采用四分位法动态确定阈值的方法建立抗差模型并求取方差膨胀因子,根据抗差权函数合理地调整观测值的权重,可以有效剔除粗差并改善定位精度。同时,针对参考站网被破坏,利用长距离大范围的参考站生成BDS增强定位信息,采用非差误差改正数生成格网点增强信息,减少了用户数据传输压力,在应急区域可以生成加密的格网点虚拟观测值。非差格网化算法突破了虚拟观测值生成时改正数在测站和卫星之间的相关性,每个参考站上的每颗卫星的非差改正数都是独立的,可以逐个站点播发。生成格网点增强信息时,根据当前需求选择最优的参考站子网,避免了在应急灾害环境下参考站被破坏、数据中断而导致模糊度重新初始化的问题。

1 长距离参考站网格网化增强定位信息的计算

1.1 参考站网载波相位整周模糊度解算

BDS增强定位的实现基于参考站模糊度的固定,只有准确可靠地固定了参考站的模糊度,才能生成高精度的误差改正信息,能否快速有效地固定参考站模糊度直接影响着服务端能否快速启动进行服务。在参考站坐标已知的前提下,参考站A、B间的载波相位和伪距的双差观测方程表示为:

$$\begin{cases}\nabla\Delta L_{AB,j}^{sq}=\nabla\Delta T_{AB}^{sq}-\mu_j\left(\Delta I_{AB}^{s}-\Delta I_{AB}^{q}\right)+\lambda_j\left(\Delta N_{AB,j}^{s}-\Delta N_{AB,j}^{q}\right)+\varepsilon\left(\nabla\Delta L_{AB,j}^{sq}\right)\\ \nabla\Delta P_{AB,j}^{sq}=\nabla\Delta T_{AB}^{sq}+\mu_j\left(\Delta I_{AB}^{s}-\Delta I_{AB}^{q}\right)+\varepsilon\left(\nabla\Delta P_{r,j}^{sq}\right)\end{cases}\tag{1}$$

式中,$\nabla\Delta$和Δ分别为双差和单差运算符;L和P分别为载波和伪距观测值;上标s、q分别为共视卫星和基准星,本文选定高度角最高的卫星作为基准星;$j=1,2,3$分别为BDS的B1、B2、B3频率;$\mu_j=f_1^2/f_j^2$,f_j为第j个频率;λ_j为频率j对应的载波波长;T和I分别为传播路径上的对流层延迟参数和第一频率电离层延迟参数;N为整周模糊度;ε为测量噪声。式中各颗卫星拥有独立的模糊度参数、电离层参数,避免了卫星间的相关性,便于对独立的卫星进行分析处理。这种处理方法避免了星间差分组合过程中基准星变换的问题,将使数据处理变得更加简单高效,只需在后续的解算过程中添加电离层与模糊度基准约束便可等价普通的双差解算。

对流层延迟误差采用天顶对流层延迟误差和投影函数的形式表示为[11]:

$$\nabla\Delta T_{AB}^{sq}\approx m^{sq}\nabla\Delta\tau_{AB}\tag{2}$$

式中,m^{sq}为参考站到卫星s、q的投影函数之差;$\nabla\Delta\tau_{AB}$为相对天顶对流层延迟误差。在对流层延迟误差以映射函数的形式估计之前,相当一部分的延迟可以用先验Saastamoinen模型进行改正,湿延迟部分采用随机游走过程在参数中进行估计[12]。

以卫星1、2、q为例,建立参考站网模糊度解算模型,添加参考卫星的模糊度和电离层的基准约束信息后,解算载波相位模糊度、天顶对流层延迟误差、电离层延迟误差的函数模型可以表示为:

$$\begin{bmatrix}\nabla\Delta L_j^{1q} & \nabla\Delta L_j^{2q} & \nabla\Delta P_j^{1q} & \nabla\Delta P_j^{2q} & 0 & 0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}m^{sq} & -\mu_j & 0 & \mu_j & \lambda_j & 0 & -\lambda_j\\ m^{sq} & 0 & -\mu_j & \mu_j & 0 & \lambda_j & -\lambda_j\\ m^{sq} & \mu_j & 0 & -\mu_j & 0 & 0 & 0\\ m^{sq} & 0 & \mu_j & -\mu_j & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\nabla\Delta\tau\\ \Delta I^1\\ \Delta I^2\\ \Delta I^q\\ \Delta\boldsymbol{N}_j^1\\ \Delta\boldsymbol{N}_j^2\\ \Delta\boldsymbol{N}_j^q\end{bmatrix}\tag{3}$$

式(3)增加了参考卫星的模糊度和电离层参数为0的约束方程,同时给约束方程一个很大的权重来保持模糊度和电离层基准,采用高度角定权的策略[13]:

$$\sigma^2(E)=\begin{cases}\sigma_0^2, E\geqslant 30^\circ\\ \dfrac{\sigma_0^2}{2\sin E}, E<30^\circ\end{cases}\tag{4}$$

式中,σ_0为观测值标准差;E为卫星的高度角,非差B1、B2、B3载波相位观测值的标准差设为0.003 m,非差P1、P2、P3伪距观测值的标准差设为0.3 m[14]。通过高度角E定权可得到卫星信号传播路径方向观测值标准差σ,由此可以得到观测值的先验方差-协方差阵。若由原始非差观测值转为双差观测值存在转换矩阵$\boldsymbol{M}$,通过该转换

矩阵可以由非差观测值的方差-协方差阵得到双差观测值的方差-协方差阵 $\boldsymbol{Q}_{LL}$,转换公式为:

$$D(L)=\boldsymbol{Q}_{LL}\Rightarrow$$
$$D(\nabla\Delta L_j^{1q},\nabla\Delta L_j^{2q},\nabla\Delta P_j^{1q},\nabla\Delta P_j^{2q})=\boldsymbol{M}\times\begin{bmatrix}\sigma_{L,j}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ & \sigma_{L,j}^2 & 0 & 0 & 0 & 0\\ & & \sigma_{L,j}^q & 0 & 0 & 0\\ & & & \sigma_{P,j}^1 & 0 & 0\\ & & & & \sigma_{P,j}^2 & 0\\ & & & & & \sigma_{P,j}^q\end{bmatrix}\times\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\quad(5)$$

式中,$D(\cdot)$为方差运算符,则观测方程的权阵 $\boldsymbol{P}_{LL}$ 可以表示为:

$$\boldsymbol{P}_{LL}=\sigma_0^2/\boldsymbol{Q}_{LL}=\begin{bmatrix}p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14}\\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24}\\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & p_{34}\\ p_{41} & p_{42} & p_{43} & p_{44}\end{bmatrix}\quad(6)$$

可以形成附加大气参数的模糊度解算的法方程进行解算,由式(6)形成的法方程按参数类型展开可表示为:

$$\boldsymbol{VX}=\boldsymbol{W}\Rightarrow\begin{bmatrix}V_{\tau\tau} & V_{\tau I} & V_{\tau n}\\ V_{I\tau} & V_{II} & V_{In}\\ V_{n\tau} & V_{nI} & V_{nn}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\nabla\Delta\tau\\ \Delta I^s\\ \Delta\boldsymbol{N}_j^s\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}W_1\\ W_2\\ W_3\end{bmatrix}\quad(7)$$

式中,$\boldsymbol{V}$ 和 $\boldsymbol{W}$ 分别为系数矩阵和常数向量。选择最优的基准站和卫星的非差基准模糊度以及双差载波相位模糊度,通过双差模糊度到非差模糊度的线性关系,便可得到非差模糊度。以卫星1、2、q 为例,在基准站 A、B、C 上的 j 频率的非差载波相位模糊度为:

$$\begin{cases}\nabla\Delta N_{AB,j}^{1q}=N_{A,j}^1-N_{A,j}^q+N_{B,j}^q-N_{B,j}^1\\ \nabla\Delta N_{BC,j}^{1q}=N_{B,j}^1-N_{B,j}^q+N_{C,j}^q-N_{C,j}^1\\ \nabla\Delta N_{CA,j}^{1q}=N_{C,j}^1-N_{C,j}^q+N_{A,j}^q-N_{A,j}^1\end{cases}\quad(8)$$

$$\begin{cases}\nabla\Delta N_{AB,j}^{2q}=N_{A,j}^2-N_{A,j}^q+N_{B,j}^q-N_{B,j}^2\\ \nabla\Delta N_{BC,j}^{2q}=N_{B,j}^2-N_{B,j}^q+N_{C,j}^q-N_{C,j}^2\\ \nabla\Delta N_{CA,j}^{2q}=N_{C,j}^2-N_{C,j}^q+N_{A,j}^q-N_{A,j}^2\end{cases}\quad(9)$$

选择基准星 A 和卫星 q 作为非差基准模糊度,此时可认为基准站 A 和卫星 q 有关的所有非差模糊度可知,可以设定为任意的整数值,便可求出其他卫星的非差模糊度,而基准站模糊度基准的设置不影响最终的用户定位结果,只对用户站模糊度的数值产生影响。

1.2　长距离参考站非差误差改正数的生成

在参考站坐标已知的情况下,参考站观测值减站星距(observed minus computed, OMC)可以表示为:

$$\bar{L}_{r,j}^s=T_r^s+\mathrm{d}t_r+\lambda_j\delta_{r,j}-\mathrm{d}t^s-\lambda_j\delta_j^s-\mu_jI_r^s+\lambda_jN_{r,j}^s\quad(10)$$

$$\bar{P}_{r,j}^s=T_r^s+\mathrm{d}t_r+d_{r,j}-\mathrm{d}t^s-d_j^s+\mu_jI_r^s\quad(11)$$

式中,$\bar{L}$ 和 $\bar{P}$ 分别为载波和伪距的OMC值;$\bar{L}_{r,j}^s=L_{r,j}^s-\rho_r^s$,$\bar{P}_{r,j}^s=P_{r,j}^s-\rho_r^s$;$r$、$s$ 分别为测站、卫星的索引;$\mathrm{d}t_r$ 和 $\mathrm{d}t^s$ 分别为接收机钟差和卫星钟差;$\delta_{r,j}$ 和 δ_j^s 分别为接收机和卫星的相位偏差;$d_{r,j}$ 和 d_j^s 分别为接收机和卫星的伪距偏差。通过观测方程可以直接得到观测值的OMC,OMC包含了卫星与接收机的钟差、硬件延迟及其大气延迟参数对流层和电离层,与伪距OMC不同,载波OMC中还包含了除误差改正信息外的模糊度参数,而通过参考站双差模糊度的固定、参考站非差模糊度的估计已经可以得到非差模糊度,此时OMC中包含的各项误差可以直接用来生成观测空间表示(observable space representation, OSR)误差改正信息,OSR改正信息中所包含的误差改正信息 $O(L_{r,j}^s)$、$O(P_{r,j}^s)$ 可以表示为:

$$O(L_{r,j}^s)=T_r^s+\mathrm{d}t_r+\lambda_j\delta_{r,j}-\mathrm{d}t^s-\lambda_j\delta_j^s-\mu_jI_r^s\quad(12)$$

$$O(P_{r,j}^s)=T_r^s+\mathrm{d}t_r+d_{r,j}-\mathrm{d}t^s-d_j^s+\mu_jI_r^s\quad(13)$$

伪距的非差OSR和伪距观测值得到的OMC值是相同的,载波观测值的OSR包含了观测值中模糊度值 $N_{r,j}^s$。值得注意的是,OSR改正数中包含的模糊度 $N_{r,j}^s$ 是通过设置基准模糊度分离得到的,因此并不是真实的观测值模糊度值,与真实模糊度的差异在于设置的基准模糊度的数值,但因为该差异为整周数,只影响用户端模糊度固定时的模糊度数值,而不对用户高精度定位结果产生影响。

通过原始观测值分离出OSR改正信息播发给用户进行观测值误差改正,当存在多个参考站时,需要综合考虑各个参考站的OSR加权用于用户端的误差消除,本文中参考站以三角网的形式进行解算,在此以3个参考站为例进行载波相位观测值和伪距观测值的OSR生成。假定3个测站的内插系数分别为 α_A、α_B、α_C,在进行用户站误差内插时总是假定内插系数之和为1,则3个测站形成的综合误差改正数 $O(L_{u,j}^s)$ 为:

$$O(L_{u,j}^s)=\alpha_A\tilde{L}_{A,j}^s+\alpha_B\tilde{L}_{B,j}^s+\alpha_C\tilde{L}_{C,j}^s-\lambda_j(\alpha_AN_{A,j}^s+\alpha_BN_{B,j}^s+\alpha_CN_{C,j}^s)\quad(14)$$

可以看出,综合误差改正数中除原始载波相位模糊度外,还包含了参考站上的非差模糊度的加权组合,而通过前文分析可得,参考站非差模糊度包含了设置的基准模糊度,因此要保证每个参考站包含的基准模糊度加权后的模糊度整数特性,需要满足系数和为1的条件,此时综合误差

改正数中只包含综合后的整周基准模糊度,不影响用户端的高精度定位。

1.3 灾害应急环境下格网点观测值的生成

为了兼容用户端效率并降低服务端的计算压力,在生成非差误差改正数的基础上,联合虚拟参考站和卫星的几何距离生成虚拟观测值[15]。格网点观测值的生成是灾害应急环境下高精度定位中的关键,直接为用户提供服务,对用户站的硬件延迟和大气误差进行改正。在灾害应急环境下,虚拟观测值技术的关键在于生成密集的格网点,因为这能够提供更加准确和可靠的观测数值,以更准确、迅速地实时监测和评估灾害影响范围。通过密集的格网点布置可以实现对灾害区域的高密度监测,及时掌握灾情变化,为紧急救援和灾后恢复提供更精准的支持。

格网点观测值生成是通过周围的参考站内插出格网点的大气误差信息,同时结合接收机端和卫星端的误差重新拟合观测值,观测值对于用户误差的削弱程度取决于格网点大气误差内插的精度,格网点观测值的定位原理如图1所示。

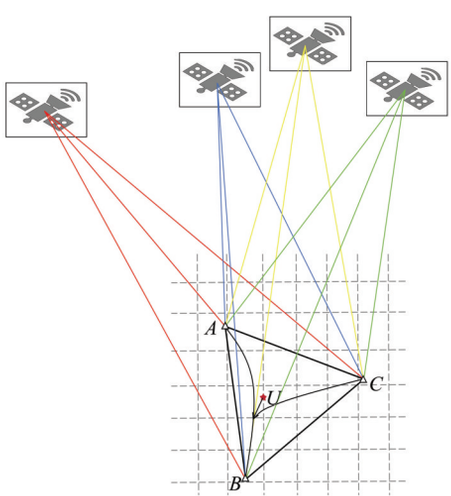


图1 格网定位原理示意图

Fig. 1 Diagram of Grid Positioning Principle

图中A、B、C为3个参考站,U为用户站,用户定位时,并不直接生成用户附近的观测值,而是按照一定的间隔逐个格网点生成虚拟参考站观测值,生成后的观测值各个格网点、各颗卫星保持独立,当用于生成虚拟观测值的各基线所固定的卫星数不一致时,以所有基线均成功固定的卫星为准,可以满足参考站覆盖范围内用户定位的卫星数。生成虚拟参考站观测值后,用户只需要获取距离自己最近的虚拟观测值以及虚拟格网点的坐标即可进行解算,大大降低服务器的数据传输压力,增强了定位服务能力。需要注意的是,虚拟观测值相比于实际观测值的差分存在一定的不足,主要是在生成虚拟参考站时内插大气误差受环境影响不够准确,使得其误差改正效果不如实际的观测站。虚拟参考站v上卫星s第j频率的伪距和载波相位观测值可以表示为:

$$P_{v,j}^{s}=\sqrt{\left(X_v-X^s\right)^2+\left(Y_v-Y^s\right)^2+\left(Z_v-Z^s\right)^2}+O\left(P_{u,j}^{s}\right) \tag{15}$$

$$L_{v,j}^{s}=\sqrt{\left(X_v-X^s\right)^2+\left(Y_v-Y^s\right)^2+\left(Z_v-Z^s\right)^2}+O\left(L_{u,j}^{s}\right) \tag{16}$$

式中,$O(P_{u,j}^{s})$、$O(L_{u,j}^{s})$分别为虚拟参考站v的伪距和载波的非差综合误差改正数,是通过参考站A、B、C的非差误差改正数以综合误差内插的方式得到的;(X_v, Y_v, Z_v)为格网点的准确坐标;(X^s, Y^s, Z^s)为使用广播星历在测站观测时刻经过迭代得到的卫星位置。

2 灾害应急环境下低成本终端高精度定位

2.1 低成本终端质量控制

在应急情况下,BDS用户可能面临信号干扰、定位精度不足、参考站受损导致增强定位信息失效等问题。这些问题会影响应急定位服务的效率和准确性,给灾害救援工作带来一定困难。相较于测量型接收机,低成本接收终端硬件质量较差,使得采集的数据受观测噪声、多路径效应、粗差等影响,质量有一定的差距,利用常规算法难以持续实现高精度定位。

常规的抗差自适应卡尔曼滤波虽然可以剔除大部分粗差,但是由于低成本终端的粗差较大且同一历元的观测值较少,因此数据标准化所用到的均值和标准差所受到的影响较大,且k_0和k_1作为常量阈值不能根据当前历元的整体观测值质量进行调整。因此,本文提出了一种基于四分位法的抗差建模方法,该方法具有高效且无须数据先验分布的特点,通过舍弃数据中绝对值较大的部分,仅使用数据中心周边的数值来计算阈值,从而避免了异常值对判别标准的影响,相较于传统IGGⅢ权函数,该方法不需要对数据进行新息值标准化,而是利用四分位法动态确定阈值,基于这种方法建立的抗差模型可以有效地计算方差膨胀因子,用于评估多元回归模型中自变量之间的多重共线性程度。其计算公式为[16]:

$$\omega_i=\frac{1}{\gamma_i},\gamma_i=\begin{cases}1,|v_i|\leqslant k_0\\ \dfrac{k_0}{|v_i|}\left(\dfrac{k_1-|v_i|}{k_1-k_0}\right)^2,k_0<|v_i|\leqslant k_1\\ 1\times10^{-6},|v_i|>k_1\end{cases}\tag{17}$$

式中,ω_i为方差膨胀因子,与等价权放大因子γ_i互为倒数;v_i为标准化新息值;k_0和k_1分别为四分位法确定的动态阈值,其求解的计算公式为:

$$\begin{cases}k_0=\min\left(|Q_1|,|Q_3|\right)\\ k_1=\min\left(|Q_1-3R_{IQ}|,|Q_3+3R_{IQ}|\right)\\ R_{IQ}=Q_3-Q_1\end{cases}\tag{18}$$

式中,min()为取最小值;Q_1和Q_3分别为上四分位数和下四分位数;R_{IQ}为上四分位数与下四分位数之间的差异。根据上述方法确定方差膨胀因子ω_i,则卡尔曼增益矩阵表示为:

$$\boldsymbol{K}_k=\boldsymbol{P}_{k,k-1}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{P}_{k,k-1}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{R}_k)^{-1}\tag{19}$$

式中,$\boldsymbol{K}_k$为方差膨胀后的卡尔曼滤波增益矩阵;$\boldsymbol{P}_{k,k-1}$为预测方差协方差矩阵;$\boldsymbol{H}_k$为量测矩阵;$\boldsymbol{R}_k$为方差膨胀后的量测噪声协方差矩阵。

2.2　格网点观测值改正后的用户定位模型

基于非差误差改正数的BDS增强定位方法,利用参考站网提供的误差改正信息对用户站观测值的误差进行削弱和消除,经过误差处理后的观测值可以进行用户站的高精度定位。用户站的载波相位和伪距观测方程表示为:

$$L_{r,j}^s=\rho_r^s+T_r^s+\mathrm{d}t_r+\lambda_j\delta_{r,j}-\mathrm{d}t^s-\lambda_j\delta_j^s-\mu_jI_r^s+\lambda_jN_{r,j}^s+\varepsilon(L_{r,j}^s)\tag{20}$$

$$P_{r,j}^s=\rho_r^s+T_r^s+\mathrm{d}t_r+d_{r,j}-\mathrm{d}t^s-d_j^s+\mu_jI_r^s+\varepsilon(P_{r,j}^s)\tag{21}$$

式中,ρ_r^s为测站到卫星的几何距离。可以看出,用户观测方程中受各种误差的影响,使得用户模糊度难以准确可靠地固定,此时由参考站提供非差误差改正数可以对用户的误差进行精确改正,由参考站非差误差改正数的生成可以得到格网点观测站非差误差改正数的形式为:

$$O(L_{u,j}^s)=(\alpha_AT_A^s+\alpha_BT_B^s+\alpha_CT_C^s)-\mu_j(\alpha_AI_A^s+\alpha_BI_B^s+\alpha_CI_C^s)+(\alpha_A\mathrm{d}t_A+\alpha_B\mathrm{d}t_B+\alpha_C\mathrm{d}t_C)+\lambda_j(\alpha_A\delta_{A,j}+\alpha_B\delta_{B,j}+\alpha_C\delta_{C,j})-\mathrm{d}t^s-\lambda_j\delta_j^s\tag{22}$$

参考站提供的格网点非差误差改正数中包含了内插所得的电离层延迟误差和对流层延迟误差,此外还包含了3个参考站的接收机钟差、接收机硬件延迟,卫星钟差和卫星硬件延迟也包含在非差误差改正数中,通过参考站误差改正后的用户观测方程可以表示为:

$$\tilde{L}_{r,j}^s=L_{r,j}^s-O(L_{u,j}^s)=\rho_r^s+\mathrm{d}t_r+\lambda_j\delta_{r,j}+\lambda_jN_{r,j}^s\tag{23}$$

$$\tilde{P}_{r,j}^s=P_{r,j}^s-O(P_{u,j}^s)=\rho_r^s+\mathrm{d}t_r+d_{r,j}\tag{24}$$

式中,$\tilde{L}$和$\tilde{P}$分别为相位和伪距改正后的观测值,误差改正数进行改正后,用户站消去了卫星端存在的卫星钟差、卫星硬件延迟误差,同时将3个参考站的接收机钟差和接收机硬件延迟合并到用户的钟差参数和硬件延迟参数中,将位置参数在用户初始位置处进行线性化,经过参考站网非差误差观测模型处理后的卫星s的载波相位和伪距的观测方程为:

$$\tilde{L}_{r,j}^s=\rho_0+\boldsymbol{H}\delta\boldsymbol{X}+\mathrm{d}t_r+\lambda_j\delta_{r,j}+\lambda_jN_{r,j}^s+\varepsilon(L_{r,j}^s)\tag{25}$$

$$\tilde{P}_{r,j}^s=\rho_0+\boldsymbol{H}\delta\boldsymbol{X}+\mathrm{d}t_r+d_{r,j}+\varepsilon(P_{r,j}^s)\tag{26}$$

式中,ρ_0为卫星到用户站的概略几何距离;$\delta\boldsymbol{X}$为用户站坐标改正矢量。经过参考站非差误差观测模型处理后,用户端的大气误差、卫星钟差、卫星硬件延迟都能很好的消除,此时观测方程中用户钟差和硬件延迟影响模糊度的固定,一般是在用户观测方程中选择高度角最高的卫星q作为基准星进行差分[17],差分后卫星s的伪距和载波相位的观测方程为:

$$\Delta\tilde{P}_{r,j}^{sq}=\Delta\rho_0^{sq}+\Delta\boldsymbol{H}^{sq}\delta\boldsymbol{X}+\varepsilon(\Delta P_{r,j}^{sq})\tag{27}$$

$$\Delta\tilde{L}_{r,j}^{sq}=\Delta\rho_0^{sq}+\Delta\boldsymbol{H}^{sq}\delta\boldsymbol{X}+\lambda_j\left(N_{r,j}^s-N_{r,j}^q\right)+\varepsilon(\Delta L_{r,j}^{sq})\tag{28}$$

经过参考站网误差改正和观测值差分处理后,式(25)、式(26)中各项误差得到了消除或削弱。以BDS的B1、B2和B3频率的载波相位观测值为例,并联合BDS的伪距观测值来加快模糊度的收敛时间,由式(25)和式(26)得到增加基准卫星模糊度约束的伪距和载波相位误差方程组的矩阵形式为:

$$\begin{bmatrix}V_{L,j}^{1,q}\\V_{P,j}^{1,q}\\V_{L,j}^{2,q}\\V_{P,j}^{2,q}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{H}^{1,q}&\lambda_j&0&\cdots&-\lambda_j\\\Delta\boldsymbol{H}^{1,q}&0&0&\cdots&0\\\Delta\boldsymbol{H}^{2,q}&0&\lambda_j&\cdots&-\lambda_j\\\Delta\boldsymbol{H}^{2,q}&0&0&\cdots&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\delta\boldsymbol{X}\\\Delta N_{r,j}^1\\\Delta N_{r,j}^2\\\vdots\\\Delta N_{r,j}^q\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\Delta\tilde{L}_j^{1q}-\Delta p_0^{1q}\\\Delta\tilde{P}_j^{1q}-\Delta p_0^{1q}\\\Delta\tilde{L}_j^{2q}-\Delta p_0^{2q}\\\Delta\tilde{P}_j^{2q}-\Delta p_0^{2q}\end{bmatrix}\tag{29}$$

如果用户站采用专业型接收机进行观测,可以直接利用参考站网生成的格网点误差改正数

对用户站的误差进行消除,优化观测模型实现更高精度的定位。

3 算例与分析

3.1 应急定位区域的加密格网点生成分析

采用中国辽宁省境内的4个参考站形成2个参考站网进行实验,在实验区域共生成了30个虚拟参考站对定位算法进行测试。其中,在灾害应急实验区域生成25个加密的格网点虚拟参考站,虚拟参考站的间距均设置为2.5 km,符合灾害应急区域虚拟参考站生成的特点。由参考站分布图可知,3个用户站的位置比较集中,因此采用同一虚拟参考站R_1对3个用户站U_1、U_2、U_3进行差分定位。采用同一虚拟观测站进行定位服务,进行不同间距定位服务质量分析实验,如图2所示。

所选用的4个参考站A、B、C、D用于虚拟参考站的生成,生成的虚拟参考站均匀分布,并且参考站以三角网的形式组合进行模糊度的解算以及非差误差改正数的生成。在应急定位区域生成加密的格网点,选取每个用户最近的格网点作为误差改正数的来源对用户观测值进行改正,从而实现更高精度的应急定位。实验并未采用距离用户最近的虚拟参考站,而是采用同一参考站R_1,便于分析不同基线长度所产生的大气延迟以及定位残差的变化特性。表1给出了用户站和格网点组成的基线信息。

由表1可知,基线长度依次增大,3个用户站的观测时间段相同,最长的基线达到了9 km。在参考站模糊度固定后,通过格网点观测值可以有效消除用户端误差,但基线长度增加后,由于测站之间的大气相关性较低,如何有效处理大气误差成为用户误差削弱的关键问题。在参考站模糊度成功固定后,生成各个参考站上的电离层误差和非色散型误差,图3表示A、B、C 3个参考站的电离层误差。

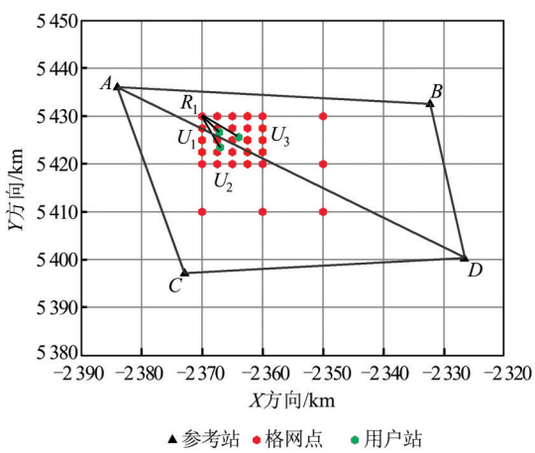


图2 参考站及格网点分布

Fig. 2 Reference Stations and Grid Dot Distribution

表1 用户站基线信息

Table 1 Baseline Information of the User Station

基线	基线长度/km	观测时段
U_1-R_1	4.42	2023年9月4日0时至24时
U_2-R_1	7.17	2023年9月4日0时至24时
U_3-R_1	9.85	2023年9月4日0时至24时

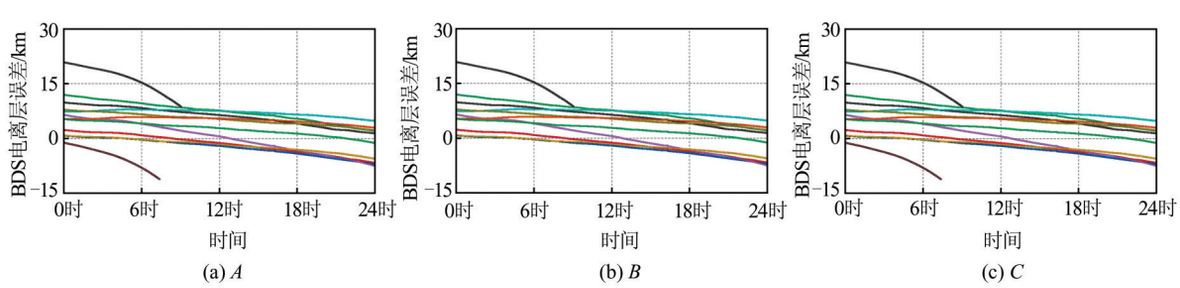


图3 参考站A、B、C电离层延迟误差

Fig. 3 Ionospheric Delay Errors of Reference Stations A, B, C

图3中不同的线代表不同的卫星,由于实验环境因素,电离层误差会受到气候以及环境的影响,因此在实验过程中3个参考站均产生了5 m左右的误差波动。针对格网点的大气误差进行分析,将大气误差分为电离层延迟误差和对流层延迟误差进行研究。通过参考站网生成格网点,并将电离层延迟误差与对流层延迟误差分别进行提取,图4给出了格网点R_1的电离层延迟误差图,从BDS不同卫星在24 h内电离层延迟误差随时间变化的趋势可以发现,电离层延迟变化较慢,受时间影响的特性较小。在经过电离层延迟误差改正后,用户误差的变化也将呈现出平稳状态,有效地削弱电离层延迟误差对定位精度的影响。BDS电离层延迟的误差范围在10 m之内。

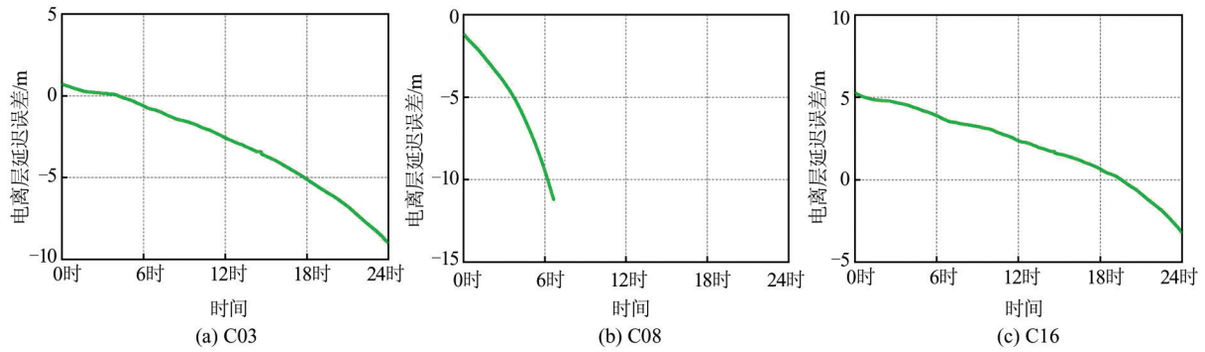


图4　格网点R_1电离层变化图

Fig. 4　Ionospheric Variation Plot of Grid Node R_1

图5给出了格网点R_1的对流层延迟误差图。由图5可知,同一格网点的电离层延迟误差变化与对流层延迟误差的变化率呈现相似的平稳趋势。此外,BDS的对流层延迟误差在一定范围内保持稳定。首先通过采用分类误差内插法,分别得到了格网点虚拟参考站的电离层延迟误差和对流层延迟误差。随后,利用格网点的准确坐标计算参考站到卫星的几何距离,综合考虑电离层延迟误差和对流层延迟误差,生成了格网点虚拟观测值。用户站只需接收格网点观测值并进行差分处理,即可消除大气延迟误差,实现高精度定位。

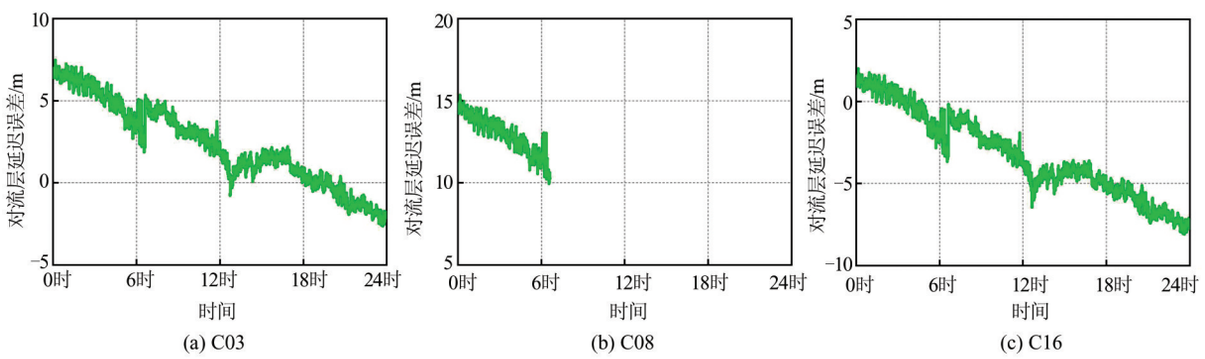


图5　格网点R_1对流层变化图

Fig. 5　Tropospheric Variation Plot of Grid Node R_1

3.2　格网点观测值改正后的用户定位误差分析

利用虚拟参考站进行差分来消除用户端误差,本节通过分析不同间距格网点的用户站的定位精度,分析格网点观测值对于误差改正的效果。图6为3条基线通过虚拟参考站R_1提供的误差改正数改正后的观测值残差,不同颜色的线代表不同的卫星。可以看出,改正后的残差维持在一定的水平且较为平稳,随着基线长度的增加,其观测值残差也随之增大,但都可以满足用户的模糊度固定和高精度定位服务作用。从不同卫星的观测值残差也可以看出,经过虚拟观测值改正后的观测值残差也出现了随时间变化的趋势,这是由于误差改正的效果有限,无法完全消除用户观测值中的误差。经过误差改正后的用户同样受电离层延迟误差的影响,但此类误差不影响用户的模糊度固定。

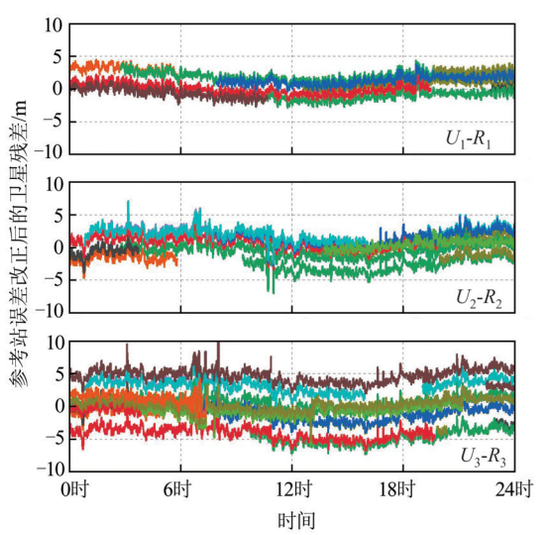


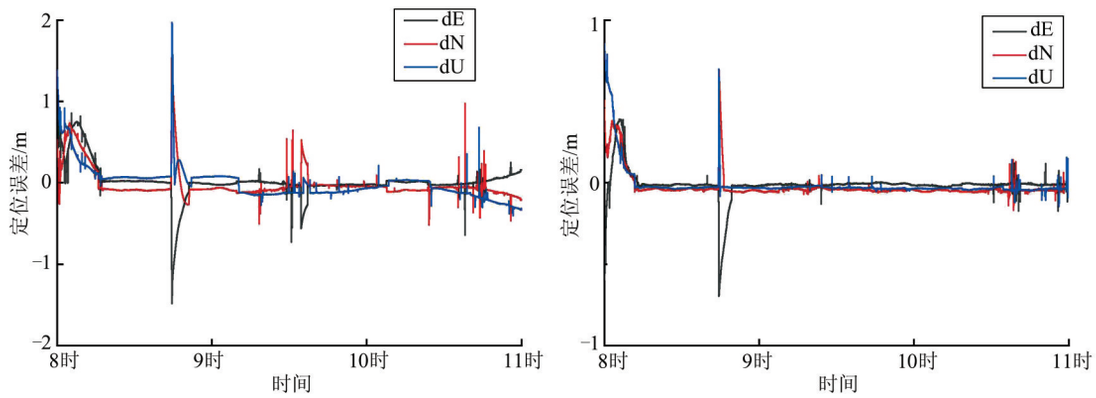
图6　基线观测值残差

Fig. 6　Baseline Observation Residuals

3.3　格网点增强的低成本终端定位性能分析

针对低成本BDS终端用户群,采用名为泰宣

科技T5的低成本终端。考虑到越来越多的用户选择低成本智能终端和低成本BDS接收机进行定位服务,使用格网点生成的误差改正数,对低成本终端的定位结果进行改正。为验证灾害应急环境下的格网点加密算法性能,在辽宁工程技术大学操场进行了模拟实验。图7为格网点增强信息改正后的低成本终端在学校操场的定位误差序列。



(a) 常规增强定位误差序列 (b) 抗差后增强定位误差序列

图7 低成本终端用户增强定位误差序列

Fig. 7 Low-Cost Terminal User Enhanced Positioning Error Sequence

由图7可知,低成本终端东(east,E)、北(north,N)、天(up,U)3个方向的定位结果存在较大波动,在U方向尤为明显,部分时段达到了1 m以上。而采用抗差处理后,定位结果显著提高,且在定位结果收敛后未发生误差较大跳变的情况。图8为格网点增强信息改正后的专业接收机在学校操场的定位误差序列。

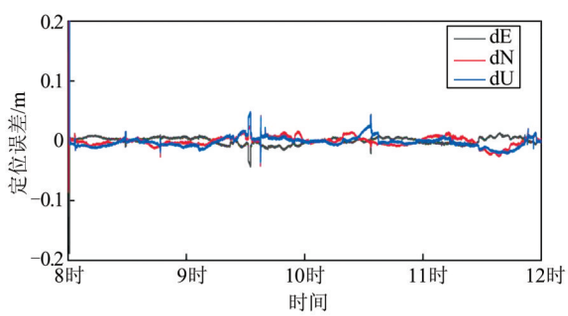


图8 专业接收机定位误差序列

Fig. 8 Professional Receiver Positioning Error Sequence

由图8可知,专业接收机也可以利用格网点增强实现高精度定位,相比于低成本终端,收敛时间及定位精度都更优。表2给出了低成本终端和专业型接收机在抗差处理前后的增强定位精度统计。

由表2可知,在抗差增强定位解算模式下,低成本终端平面精度与高程精度均维持在0.2 m以内,较常规增强定位精度分别提升58.9%和52.4%,固定率提升22.5%;专业接收机在格网点观测值改正后可快速实现厘米级的高精度定位。

图9给出了由低成本终端和专业接收机在学校操场采集到的步行数据后进行解算的定位轨迹。

表2 静态模式低成本终端和专业接收机增强定位精度

Table 2 Static Mode Low-Cost Terminals and Professional Receivers Enhance Positioning Accuracy

定位方式	E/m	N/m	U/m	固定率/%
低成本终端常规增强定位	0.20	0.19	0.21	75.3
低成本终端抗差增强定位	0.08	0.08	0.10	97.8
专业接收机抗差增强定位	0.01	0.02	0.04	99.8

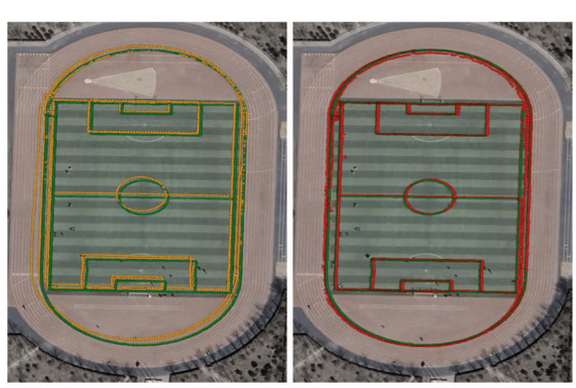
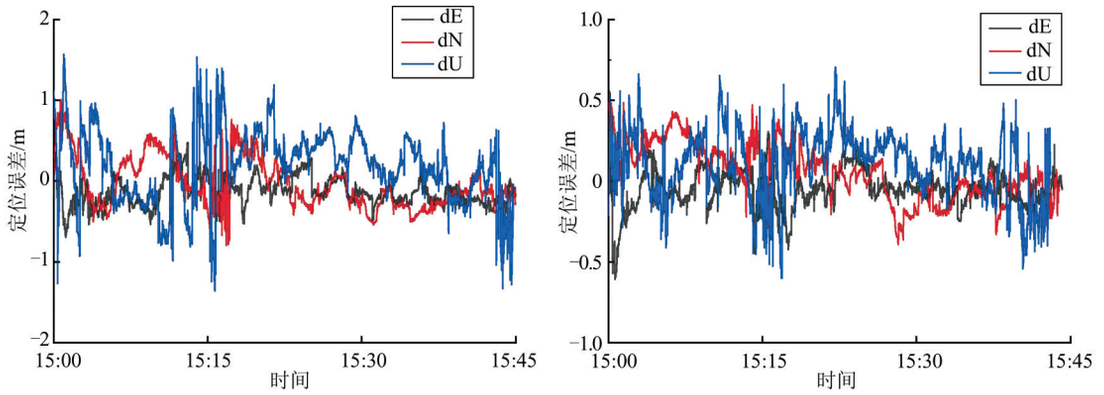


图9 低成本终端操场增强定位轨迹

Fig. 9 Low-Cost Terminal Playground Enhances Positioning Trajectory

由图9可知,以专业接收机解算结果作为真值,常规增强定位解算结果动态轨迹偏离较大,且在操场左侧跑道和操场中心区域偏离尤为明显,与参考点位有较大波动,U方向的部分点位误

差达到了1 m以上;使用抗差自适应模型后效果有了极大提高,轨迹更为明显,解算点连续性更佳,通过调整预测值与测量值之间的权重关系,在操场中心区域以及操场左侧跑道的偏离有明显收敛。图10给出了低成本终端在学校操场增强定位的E、N、U方向的定位误差。



(a) 常规增强定位误差　　(b) 抗差后增强定位误差

图10　低成本终端用户定位偏差

Fig. 10　Low-Cost Terminal User Positioning Bias

由图10可知,低成本终端常规增强定位平面误差控制在0.4 m以内,U方向控制在0.5 m以内;经过抗差处理后,其定位精度提升明显,严重的飞点大幅减少,定位结果仍然有不连续的地方,但整体的连续性得到很大的改善,平面误差与U方向误差均控制在0.3 m以内,且所有点位的定位误差可保证在1 m以内。

表3给出了低成本终端在动态模式下常规增强定位和抗差增强定位的定位精度统计。经过抗差处理后的低成本终端E、N、U方向分别提升了0.09 m、0.14 m、0.26 m,平面精度为0.21 m,相较于常规增强定位有0.17 m的精度提升,总体定位精度提升比例分别为40.9%、45.2%和54.2%,固定率提升15.2%。

表3　低成本终端定位精度统计

Table 3　Low-Cost Terminal Positioning Accuracy Statistics

定位方式	E/m	N/m	U/m	固定率/%
常规增强定位	0.22	0.31	0.48	70.3
抗差增强定位	0.13	0.17	0.22	85.5

实验结果表明,尽管与专业接收机相比存在一定差距,但低成本终端具有便携性、低能耗等优势,这些特性仍然值得进一步研究和探索。在实际应用中,低成本终端的便携性和低能耗特性使其在移动定位和应急定位等场景中具有一定的优势,因此对其性能的改进和优化仍然具有重要意义。通过进一步的研究,可以探索如何克服低成本终端在定位精度和收敛时间方面的局限性,从而提高其在各种应用场景中的实用性和可靠性。

4　结　语

本文研究了灾害环境下的格网化增强定位信息的生成和低成本终端高精度增强定位方法,针对灾害环境应急定位的特点,采用长距离大范围的参考站生成BDS增强定位信息。同时,鉴于参考站网被破坏无法生成误差改正数的情况,利用较远的参考站进行误差改正数的计算,兼顾用户端效率和降低服务端的计算压力。

灾害应急环境下低成本终端广泛使用,但观测数据受观测噪声、多路径效应、粗差等影响难以持续实现高精度定位,本文提出了符合灾害应急环境的低成本终端特性的四分位法抗差自适应卡尔曼滤波方法。使用实测观测数据进行了低成本终端BDS增强定位算法验证和实验分析,实验结果表明,静态模式下经过抗差处理后的低成本终端平面精度和高程精度均可控制在0.2 m以内,较常规的增强定位算法分别提升了58.9%和52.4%;经过格网点观测值改正后的专业型接收机平面精度为0.02 m,高程方向为0.04 m,定位性能更优;动态模式下低成本终端E、N、U方向分别提升了0.09 m、0.14 m、0.26 m。综上所述,本文方法能够实现灾害应急环境下低成本终端实时动态厘米级的高精度定位。

参 考 文 献

[1] PAZIEWSKI J, SIERADZKI R, BARYLA R. Signal Characterization and Assessment of Code GNSS Positioning with Low-Power Consumption Smartphones[J]. *GPS Solutions*, 2019, 23(4): 98.

[2] GILL M, BISNATH S, AGGREY J, et al. Precise Point Positioning (PPP) Using Low-Cost and Ultra-Low-Cost GNSS Receivers[C]//The International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation, Portland, Oregon, 2017.

[3] CHEN B, GAO C F, LIU Y S, et al. Real-Time Precise Point Positioning with a Xiaomi MI 8 Android Smartphone[J]. *Sensors*, 2019, 19(12): 2835.

[4] LI G C, GENG J H. Characteristics of Raw Multi-GNSS Measurement Error from Google Android Smart Devices[J]. *GPS Solutions*, 2019, 23(3): 90.

[5] ODOLINSKI R, TEUNISSEN P J G. Low-Cost, High-Precision, Single-Frequency GPS-BDS RTK Positioning[J]. *GPS Solutions*, 2017, 21(3): 1315-1330.

[6] 王颖喆, 陶贤露, 朱锋, 等. 利用智能手机实现GNSS原始观测值的高精度差分定位[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2021, 46(12): 1941-1950.
WANG Yingzhe, TAO Xianlu, ZHU Feng, et al. High Accuracy Differential Positioning with Smartphone GNSS Raw Measurements[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2021, 46(12): 1941-1950.

[7] 郭磊, 王甫红, 桑吉章, 等. 一种新的利用历元间位置变化量约束的GNSS导航算法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2020, 45(1): 21-27.
GUO Lei, WANG Fuhong, SANG Jizhang, et al. A New Inter-epoch Position Variation Constrained Navigation Algorithm for Stand-Alone GNSS Receiver[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2020, 45(1): 21-27.

[8] GENG J H, LI G C. On the Feasibility of Resolving Android GNSS Carrier-Phase Ambiguities[J]. *Journal of Geodesy*, 2019, 93(12): 2621-2635.

[9] 祝会忠, 李军, 徐爱功, 等. 灾害应急环境下智能终端高精度北斗增强定位方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2020, 45(8): 1155-1167.
ZHU Huizhong, LI Jun, XU Aigong, et al. High-Precision BDS Augmented Positioning Method for Disaster Emergency Environment on Smart Device[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2020, 45(8): 1155-1167.

[10] 舒宝, 何元浩, 王利, 等. 一种适用于大尺度卫星导航定位基准站的网络RTK方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2021, 46(11): 1609-1619.
SHU Bao, HE Yuanhao, WANG Li, et al. A Network RTK Method for Large-Scale Satellite Navigation and Positioning Reference Stations[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2021, 46(11): 1609-1619.

[11] NIELL A E. Global Mapping Functions for the Atmosphere Delay at Radio Wavelengths[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 1996, 101(B2): 3227-3246.

[12] BOEHM J, NIELL A, TREGONING P, et al. Global Mapping Function (GMF): A New Empirical Mapping Function Based on Numerical Weather Model Data[J]. *Geophysical Research Letters*, 2006, 33(7): 2005GL025546.

[13] BORKO A, EVEN-TZUR G. Stochastic Model Reliability in GNSS Baseline Solution[J]. *Journal of Geodesy*, 2021, 95(2): 20.

[14] JONGRUJINAN T, SATIRAPOD C. Stochastic Modeling for VRS Network-Based GNSS RTK with Residual Interpolation Uncertainty[J]. *Journal of Applied Geodesy*, 2020, 14(3): 317-325.

[15] 黄丁发, 周乐韬, 刘经南, 等. 基于Internet的VRS/RTK定位算法模型及实验研究[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2007, 32(3): 220-224.
HUANG Dingfa, ZHOU Letao, LIU Jingnan, et al. Internet Based VRS/RTK Positioning Algorithm and Experiment[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2007, 32(3): 220-224.

[16] 吴富梅, 杨元喜, 崔先强. 利用部分状态不符值构造的自适应因子在GPS/INS紧组合导航中的应用[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2010, 35(2): 156-159.
WU Fumei, YANG Yuanxi, CUI Xianqiang. Application of Adaptive Factor Based on Partial State Discrepancy in Tight Coupled GPS/INS Integration[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2010, 35(2): 156-159.

[17] 祝会忠, 李军, 蔚泽然, 等. 长距离GPS/BDS参考站网多频载波相位整周模糊度解算方法[J]. 测绘学报, 2020, 49(3): 300-311.
ZHU Huizhong, LI Jun, YU Zeran, et al. The Algorithm of Multi-frequency Carrier Phase Integer Ambiguity Resolution with GPS/BDS Between Long Range Network RTK Reference Stations[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2020, 49(3): 300-311.